

Innhold

1	Grunnleggende begreper	1
1.1	Funksjoner	1
1.1.1	Funksjoner av én variabel	1
1.1.2	Grafen til en ligning	2
1.1.3	Representasjoner av funksjoner	4
1.2	Grenseverdier	5
1.2.1	Grenseverdier og kontinuitet	5
1.2.2	Den deriverte	9
1.2.3	Implisitt derivasjon	13
1.2.4	Antiderivasjon	14
2	Elementære funksjoner	15
2.1	Byggestenene for elementære funksjoner	15
2.1.1	Ekspensialfunksjoner	15
2.1.2	Funksjoner x^r	18
2.1.3	Funksjonen $\sin x$	20
2.2	Operasjoner for funksjoner	22
2.2.1	Aritmetiske operasjoner	22
2.2.2	Sammensetning av funksjoner	24
2.2.3	Inverse funksjoner	25
2.3	Spesielle inverse funksjoner	27
2.3.1	Logaritmer	27
2.3.2	Inverse trigonometriske funksjoner	30
3	Anvendelser av derivasjon	31
3.1	Den deriverte som stigningstall	31
3.1.1	Tangent til en graf	31
3.1.2	Optimalisering	32
3.1.3	Uoppstilte max/min-problemer	36
3.2	Approximasjon ved taylorpolynom	38
3.2.1	Linearisering	38
3.2.2	Taylorpolynomer	39
3.2.3	Skranke for feilen	40
3.3	Den deriverte som endringsrate	44
3.3.1	Koblede hastigheter	44
3.4	Beregning av grenseverdier	46
3.4.1	L'Hôpitals regel	46
3.4.2	Noen knep	48
3.4.3	Omforming til $\frac{0}{0}$ -uttrykk eller $\frac{\infty}{\infty}$ -uttrykk	49
3.5	Differensialligninger	50
3.5.1	Modellering ved differensialligninger	51

3.5.2	Løsning av første ordens differensialligninger	52
4	Integrasjon	55
4.1	Begrepet integrasjon	55
4.1.1	Idé og definisjon	55
4.1.2	Uegentlige integral	58
4.2	Anvendelser av integrasjon	59
4.2.1	Areal av plane områder	59
4.2.2	Volum ved skivemetoden	61
4.2.3	Volum av rotasjonsområder	62
4.2.4	Hastighet og tilbakelagt veilengde	66
4.2.5	Gjennomsnitt	66
4.2.6	Lengden av en kurve $y = f(x)$	67
4.2.7	Areal av rotasjonsflater	68
4.2.8	Kraft og arbeid	69
4.2.9	Masse, tyngdepunkt og treghetsmoment for en stav	70
4.3	Beregning av integral	71
4.3.1	Numerisk integrasjon	71
4.3.2	Fundamentalteoremet for integralregningen	73
5	Rekketeori	75
5.1	Konvergens av rekker	76
5.1.1	Idé og tallfølger	76
5.1.2	Geometriske rekker	78
5.2	Konvergenstester	79
5.2.1	Konvergenstester for rekker med positive ledd	80
5.2.2	Konvergenstester for rekker med reelle ledd	84
5.3	Potensrekker	86
5.3.1	Funksjoner representert ved potensrekker	86
5.3.2	Taylorrekker	88
5.3.3	Entydighet av taylorrekker	89
6	Kurver og flater	91
6.1	Ligninger for kurver i planet	91
6.1.1	Kartesiske koordinater	91
6.1.2	Polarkoordinater	93
6.2	Flater i rommet	96
6.2.1	Kartesiske koordinater i rommet	96
6.2.2	Tre spesielle typer av flater	96
6.2.3	Mer generelle flater	100
6.2.4	Projeksjon av flate inn i koordinatplan	101
6.2.5	Flater i andre koordinatsystemer	101
6.3	Parametriske kurver	104

6.3.1	Definisjon	104
6.3.2	Parametrisering av kurver	105
6.3.3	Parameterfremstilling på vektorform	107
6.4	Kurveintegral	109
6.4.1	Anvendelser av kurveintegral	109
6.4.2	Parametriske kurver i planet	111
6.5	Kurver og bevegelse	113
6.5.1	Akselerasjonsvektoren	113
6.5.2	Et koordinatsystem i bevegelse	115
6.5.3	Krumning av en kurve	117
7	Funksjoner av flere variable	119
7.1	Begreper	119
7.1.1	Definisjons- og verdimensjoner	119
7.1.2	Representasjon av funksjoner av flere variable	120
7.2	Grenseverdier	122
7.2.1	Grenseverdier og kontinuitet	122
7.2.2	Partiellderiverte	123
7.3	Kontinuerlig deriverbare funksjoner	125
7.3.1	Lineær approksimasjon	125
7.3.2	Kjederegelen	127
7.4	Retningsderiverte	129
7.4.1	Begrepet retningsderivert	129
7.4.2	Gradienten som en vektorpil	131
7.5	Anvendelser av partiellderivasjon	132
7.5.1	Tangentplan til gitt flate	132
7.5.2	Maksimum og minimum på lukket begrenset område	133
7.5.3	Lokale ekstremalpunkter	136
8	Multiple integral	137
8.1	Dobbelintegral	137
8.1.1	Definisjon av dobbelintegral	137
8.1.2	Itererte dobbelintegral i kartesiske koordinater	139
8.1.3	Itererte dobbelintegral i polarkoordinater	144
8.2	Trippelintegral	147
8.2.1	Definisjon av trippelintegral	147
8.2.2	Itererte trippelintegral i kartesiske koordinater	149
8.2.3	Itererte trippelintegral i sylinderkoordinater	154
8.2.4	Itererte trippelintegral i kulekoordinater	155
8.3	Flateintegral	157
8.3.1	Definisjon av flateintegral	157
8.3.2	Parametrisering av flater i rommet	158
8.3.3	Itererte integral for flateintegral	161

9	Vektoranalyse	163
9.1	Vektorfelt	163
9.1.1	Eksempler på vektorfelt	164
9.2	Arbeid i kraftfelt	166
9.2.1	Grunnleggende betraktninger	166
9.2.2	Arbeid langs en lukket kurve i planet	169
9.2.3	Arbeid langs lukket kurve i rommet	173
9.2.4	Uavhengighet av veivalg	176
9.3	Fluks av vektorfelt	179
9.3.1	Fluks av vektorfelt i planet	179
9.3.2	Fluksintegral over en enkel, lukket kurve i planet	181
9.3.3	Fluks gjennom flate i rommet	184
9.3.4	Fluks gjennom en lukket flate i rommet	186
10	Appendiks	189
10.1	Reelle tall	189
10.1.1	Litt notasjon	189
10.1.2	Ulikheter	189
10.1.3	Summetegn	191
10.2	Polynomer	192
10.2.1	Fullstendige kvadrater	192
10.2.2	Faktorisering av polynomer	193
10.3	Vektorer i \mathbb{R}^2 og \mathbb{R}^3	194
10.4	Mengder i \mathbb{R} , \mathbb{R}^2 og \mathbb{R}^3	197
10.5	Spesielle formler.	198
10.6	Ordlister	199