

# INNHold

<b>1</b>	<b>Grunnlagsstoff</b>	<b>1</b>
1.1	Innledning: Matematiske bevis	2
1.2	Mengder	3
1.3	Det reelle tallsystemet	6
1.4	Regning med reelle tall	9
1.5	Implikasjonspiler og ekvivalenspiler	14
1.6	Rasjonale og irrasjonale tall	15
1.7	Røtter	17
1.8	Polynomdivisjon	19
1.9	Ligninger	21
1.10	Induksjonsbevis	24
1.11	Plangeometri	26
1.12	Summetegn	33
1.13	Kombinatorikk	37
1.14	Sannsynligheter	41
1.15	Pascals trekant og binomialformelen	44
1.16	Endelige geometriske rekker	46
<b>2</b>	<b>Funksjoner av én variabel</b>	<b>49</b>
2.1	Generelt om funksjoner	50
2.2	Følger	55
2.3	Grenser og kontinuitet	62
2.4	Beregning av grenser	70
2.5	Nullpunkter og ekstremalpunkter	76
2.6	Derivasjon	79
2.7	Betydningen av den deriverte	84
2.8	Newtons metode	89
2.9	Høyere ordens deriverte	91
2.10	Differensiell notasjon	94
2.11	Inverse funksjoner	96
2.12	Fysisk tolkning av derivasjon	101
2.13	Sinus og cosinus	104
2.14	Generell definisjon av sinus og cosinus	108
2.15	Andre trigonometriske funksjoner	112

2.16	Inverse trigonometriske funksjoner	114
2.17	Noen setninger om trekanter	116
2.18	Eksponentialfunksjoner og logaritmer	118
2.19	Potensfunksjoner	128
2.20	Hyperbolske funksjoner	130
2.21	Inverse hyperbolske funksjoner	132
2.22	l'Hôpitals regel	134
2.23	Direkte bruk av definisjonen på den deriverte	138
2.24	Skråasymptoter	140
2.25	Koblede hastigheter	142
2.26	Bevis for resten av grenselovene *	143
2.27	Bevis for teoremet til Kantorovitsj *	144
<b>3</b>	<b>Integrasjon av funksjoner med én variabel</b>	<b>153</b>
3.1	Ubestemte integraler	154
3.2	Bestemte integraler	156
3.3	Analysens fundamentalteorem	161
3.4	Integrasjon ved substitusjon	166
3.5	Delvis integrasjon	169
3.6	Generelt om integrasjonsteknikker	171
3.7	Trigonometriske integraler	172
3.8	Trigonometriske substitusjoner	174
3.9	Integraler med andregradsuttrykk	176
3.10	Delbrøkoppspalting	178
3.11	Rasjoniserende substitusjoner	181
3.12	Uegentlige integraler	183
3.13	Numerisk integrasjon	187
3.14	Anvendelse: Buelengde	190
3.15	Anvendelse: Volum	194
3.16	Anvendelse: Flateareal	200
<b>4</b>	<b>Komplekse tall</b>	<b>203</b>
4.1	Hva er komplekse tall?	204
4.2	Regning med komplekse tall	207
4.3	Kvadratrotter av komplekse tall	210
4.4	n-te rotter av komplekse tall	212
4.5	Andregradsligninger	215
4.6	Algebraens fundamentalteorem	216
<b>5</b>	<b>Differensligninger og differensialligninger</b>	<b>221</b>
5.1	Differensligninger	222
5.2	Hva er en differensialligning?	230
5.3	Lineære første ordens ligninger	232
5.4	Separable første ordens ligninger	234

5.5	Noen spesielle ligninger	236
5.6	Populasjonsdynamikk	238
5.7	Mer om anvendelser	241
5.8	Numeriske løsninger	247
5.9	Andre ordens differensialligninger	250
<b>6</b>	<b>Rekker</b>	<b>259</b>
6.1	Generelt om rekker	260
6.2	Konvergenstester for rekker	262
6.3	Taylorrekker og taylorpolynomer	272
6.4	Potensrekker	280
6.5	Triksing med potensrekker	282
6.6	Summering av rekker	288
6.7	Teorien bak leddvis derivasjon og integrasjon *	291
<b>7</b>	<b>Matriser og ligningssystemer</b>	<b>297</b>
7.1	Lineære ligningssystemer	298
7.2	Gauss-eliminasjon	300
7.3	Matriser og determinanter	304
7.4	Teori for determinanter	309
7.5	Regning med matriser	314
7.6	Inverse av matriser	320
7.7	Eigenverdier og egenvektorer	326
7.8	Matrisedynamikk	331
<b>8</b>	<b>Vektorer, geometri og lineærtransformasjoner</b>	<b>341</b>
8.1	Vektorregning	342
8.2	Vektorproduktet	348
8.3	Volumproduktet	351
8.4	Lineærkombinasjoner og underrom	353
8.5	Matriser som lineærtransformasjoner	359
8.6	Plan	364
8.7	Kjeglesnitt	367
8.8	Geometriske egenskaper ved kjeglesnittene	371
8.9	Polarkoordinater	376
8.10	Noen andregradsflater i rommet	379
8.11	Sylinderkoordinater og kulekoordinater	382
8.12	Operatornorm *	384
<b>9</b>	<b>Funksjoner av flere variable</b>	<b>389</b>
9.1	Introduksjon	390
9.2	Omegner og åpne mengder	394
9.3	Generelt om koordinatsystemer	398

9.4	Grenser og kontinuitet for skalarfelt	402
9.5	Ekstremalpunkter	406
9.6	Bevis for algebraens fundamentalteorem *	408
9.7	Partielle deriverte	410
9.8	Andrederiverttesten	420
9.9	Vektorfunksjoner	422
9.10	Gradienter og retningsderiverte	429
9.11	Kjerneregelen	432
9.12	Inverse funksjoner	435
9.13	Kurver	438
9.14	Differensialgeometri for kurver	444
9.15	Flater	450
9.16	Middelverdisetningen for skalarfelt	456
9.17	Implisitt definerte funksjoner	460
9.18	Newtons metode i flere variable	466
9.19	Iterasjon	469
9.20	Lagranges multiplikator metode	473
9.21	Bevis for kompakthetsteoremet *	478
<b>10</b>	<b>Integrasjon av funksjoner med flere variable</b>	<b>481</b>
10.1	Dobbeltintegraler	482
10.2	Dobbeltintegraler som itererte integraler	490
10.3	Variabelskifte i dobbeltintegraler	496
10.4	Bevis for koordinatskifteteoremet *	500
10.5	Trippelintegraler	505
10.6	Generelt om multiple integraler	515
10.7	Kurveintegraler	518
10.8	Flateintegraler	522
<b>11</b>	<b>Vektoranalyse</b>	<b>531</b>
11.1	Vektorfelder	532
11.2	Arbeid	538
11.3	Greens teorem	546
11.4	Divergens og curl	551
11.5	Fluks	554
11.6	Divergensteoremet	557
11.7	Stokes' teorem	563
<b>12</b>	<b>Reelle vektorrom</b>	<b>573</b>
12.1	Aksiomatisering av reelle vektorrom	574
12.2	Lineærtransformasjoner	582
12.3	Kjerne, rekkevidde og inverse	586
12.4	Koordinatvektorer og matriserepresentasjoner	594
12.5	Overgangsmatriser	601

12.6	Eigenverdier og egenrom	604
12.7	Similære matriser	608
12.8	Diagonalisering	610
12.9	Anvendelse: Lineære differensialligningssystemer	615
12.10	Anvendelse: Lineære differensialligninger	622
12.11	Anvendelse: Lineære differensligninger	624
12.12	Anvendelse: Markovkjeder	626
12.13	Anvendelse: Potensmetoden	628
<b>13</b>	<b>Reelle indreproduktrom</b>	<b>631</b>
13.1	Indreprodukter	632
13.2	Gram–Schmidt-prosessen	638
13.3	Projeksjoner	641
13.4	Symmetriske lineærtransformasjoner	648
13.5	Ortogonale lineærtransformasjoner	651
13.6	Singulærverdidekomposisjon	656
13.7	Tilnærmet løsning av ligningssystemer	658
13.8	Anvendelse: Minste kvadraters metode	660
13.9	Anvendelse: Kvadratiske former	662
<b>14</b>	<b>Kompleks lineær algebra</b>	<b>671</b>
14.1	Komplekse vektorrom	672
14.2	Komplekse indreproduktrom	676
14.3	Hermitiske og unitære transformasjoner	681
14.4	Normale transformasjoner	689
14.5	Anvendelse: Komplekse differensialligningssystemer	695
	<b>Stikkord</b>	<b>699</b>